

উদাহরণ-১৭। $(625.185)_{10}$ -কে বাইনারি, অক্টাল ও হেক্সাডেসিমেল-এ রূপান্তর কর।

বাইনারি :

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 625} \\
 2 \overline{) 312} \quad \text{---} 1 \\
 2 \overline{) 156} \quad \text{---} 0 \\
 2 \overline{) 78} \quad \text{---} 0 \\
 2 \overline{) 39} \quad \text{---} 0 \\
 2 \overline{) 19} \quad \text{---} 1 \\
 2 \overline{) 9} \quad \text{---} 1 \\
 2 \overline{) 4} \quad \text{---} 1 \\
 2 \overline{) 2} \quad \text{---} 0 \\
 1 \quad \text{---} 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 0.185 \times 2 = 0.37 \rightarrow 0 \\
 0.37 \times 2 = 0.74 \rightarrow 0 \\
 0.74 \times 2 = 1.48 \rightarrow 1 \\
 0.48 \times 2 = 0.96 \rightarrow 0 \\
 0.96 \times 2 = 1.92 \rightarrow 1 \\
 0.92 \times 2 = 1.84 \rightarrow 1 \\
 0.84 \times 2 = 1.68 \rightarrow 1
 \end{array}$$

$$\therefore (625.185)_{10} = (1001110001.0010111)_2$$

অক্টাল :

$$\begin{array}{r}
 8 \overline{) 625} \\
 8 \overline{) 78} \quad \text{---} 1 \\
 8 \overline{) 9} \quad \text{---} 6 \\
 1 \quad \text{---} 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 0.185 \times 8 = 1.48 \rightarrow 1 \\
 0.48 \times 8 = 3.84 \rightarrow 3 \\
 0.84 \times 8 = 6.72 \rightarrow 3 \\
 0.72 \times 8 = 5.76 \rightarrow 5
 \end{array}$$

$$\therefore (625.185)_{10} = (1161.1365)_8$$

হেক্সাডেসিমেল :

$$\begin{array}{r}
 16 \overline{) 625} \\
 16 \overline{) 39} \quad \text{---} 1 \\
 1 \quad \text{---} 7
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 0.185 \times 16 = 2.96 \rightarrow 2 \\
 0.96 \times 16 = 15.36 \rightarrow 15 \rightarrow F \\
 0.36 \times 16 = 5.76 \rightarrow 5 \\
 0.76 \times 16 = 12.16 \rightarrow 12 \rightarrow C
 \end{array}$$

$$\therefore (625.185)_{10} = (271.2F5C)_{16}$$

২.৩ বাইনারি গাণিতিক (যোগ এবং বিয়োগ) গণনাকরণ (Compute Binary (addition and subtraction arithmetic) :

● **বাইনারি যোগ (Binary addition) :**

দ্বিতীয়ার্থিক বা বাইনারি যোগ দশমিক যোগের মতো। দুটি বাইনারি সংখ্যাকে যোগ দিয়ে হাতে কোনো সংখ্যা থাকলে তা বা পরবর্তী স্তরের সাথে যোগ দিতে হয়। দুটি বাইনারি অঙ্ক যোগের চারটি ভিন্ন অবস্থা হলো :

$$\begin{array}{r}
 0 \\
 +0 \\
 \hline
 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 0 \\
 +1 \\
 \hline
 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 1 \\
 +0 \\
 \hline
 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 1 \\
 +1 \\
 \hline
 10
 \end{array}$$

হাতের এক অঙ্কটি পরের ক্ষেত্রে যোগ হয়। যেমন— দুটি সংখ্যা যোগের সময় হাতের এক যোগ দিতে হলে অপর একটি অবস্থা হতে পারে,

(ক)	$\begin{array}{r} 1 \\ 1 \\ \hline 11 \end{array}$	(খ)	$\begin{array}{r} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \hline 100 \end{array}$	(গ)	$\begin{array}{r} 11 \\ 11 \\ \hline 110 \end{array}$	(ঘ)	$\begin{array}{r} 111 \rightarrow 7 \\ 111 \rightarrow 7 \\ 11 \rightarrow 3 \\ \hline 1 \rightarrow 1 \\ 10010 \rightarrow 18 \end{array}$
-----	--	-----	--	-----	---	-----	---

নিম্নে যোগের কয়েকটি উদাহরণ দেয়া হলো :

বাইনারি	ডেসিমেল	বাইনারি	ডেসিমেল
উদাহরণ-১৮। ক) 110	(খ) (6)	(1110)	(14)
$+011$	$+(3)$	$+1011$	$+(11)$
1001	(9)	11001	(25)
(গ) 111.01	(7.25)	(ঘ) 111.11	(7.75)
$+1100.10$	$+(12.50)$	$+101.11$	$+(5.75)$
11011.11	(19.75)	110.110	(13.50)

যোগ বাইনারি পদ্ধতির অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ কাজ। কারণ অনেক কম্পিউটার ও ইলেকট্রনিক ক্যালকুলেটরে যোগের সাহায্যে বিয়োগ, গুণ ও ভাগ করা হয়। যোগের সাহায্যে অন্যান্য গাণিতিক কাজ করলে বিয়োগ, গুণ ও ভাগের জন্য পৃথক ইলেকট্রনিক বর্তনীর দরকার হয় না।

● বাইনারি বিয়োগ (Binary subtraction) :

বাইনারি বিয়োগের সাথে দশমিক বিয়োগের সাদৃশ্য আছে। বাইনারি বিয়োগের চারটি অবস্থা হলো :

0	1	1	0
0	0	-1	-1
$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{0}$	$\overline{11}$

দুটি সংখ্যার বিয়োগের সময় 1 ধার করতে হলে যে স্থান হতে ধার নেয়া হয়, সে স্থানে 0 ধরতে হয় এবং পরের অঙ্কগুলোতে পর পর এক বা একাধিক 0 থাকলে সবগুলোকে 1 ধরতে হয়। নিম্নে কয়েকটি উদাহরণ দেয়া হলো—

উদাহরণ ১৯।

সমাধানঃ

(ক)	10101	(21)	(খ)	0000	- ধারের পর
	-10100	-(20)		1101	(13)
	00001	(1)		-0011	(-3)
				1010	(10)

উপরে দেখানো নিয়ম ছাড়াও পরিপূরক যোগ পদ্ধতি নামে বিয়োগের একটি পদ্ধতি আছে।

● বাইনারি গুণন (Binary multiplication) :

বাইনারি গুণ অন্যান্য সংখ্যা পদ্ধতির গুণনের চেয়ে অনেক সহজ।

উদাহরণ-২০।

সমাধানঃ

(ক)	1011	$(11)_{10}$	(খ)	101.01	$(5.25)_{10}$
	$\times 101$	$\times (5)_{10}$		$\times 10.11$	$\times (2.75)_{10}$
	1011			10101	
	0000			10101	
	1011			00000	
	$110111 \Rightarrow (55)_{10}$			10101	
				$1110.0111 \Rightarrow (14.4375)_{10}$	

● বাইনারি ভাগ (Binary division) : বাইনারি গুণের মতো বাইনারি ভাগও সহজ; কারণ ভাগের সময় শুধু 0 অথবা 1 কেই বিবেচনা করতে হয়।

উদাহরণ-২১।

সমাধান:

$$\begin{array}{r}
 \text{(ক) } 11011110 + 110 \\
 \underline{100101} \\
 110) 11011110 \\
 \underline{-110} \\
 111 \\
 \underline{-110} \\
 110 \\
 \underline{-110} \\
 0
 \end{array}$$

অর্থাৎ, $11011110 + 110 = 100101$

$$\begin{array}{r}
 \text{(খ) } 1101000 + 110 \\
 \underline{10001.0101} \\
 110) 1101000 \\
 \underline{-110} \\
 1000 \\
 \underline{-0.110} \\
 01000 \\
 \underline{-0.110} \\
 10
 \end{array}$$

সুতরাং, ভাগফল 10001.0101 এবং অবশিষ্ট 10

$$\begin{array}{r}
 \text{(গ) } 10.1 \\
 100) 1010 \\
 \underline{-100} \\
 100 \\
 \underline{-100} \\
 000
 \end{array}$$

সুতরাং $1010 \div 100 = 10.1$

২.৪ 1's ও 2's কমপ্লিমেন্ট পদ্ধতির বর্ণনা (State 1's & 2's Complement) :

● 1's ও 2's কমপ্লিমেন্ট পদ্ধতিতে বাইনারি বিয়োগ (Computation of 1's and 2's complement method of subtraction)

1's কমপ্লিমেন্ট পদ্ধতি (1's complement method) : কোনো বাইনারি সংখ্যা 1's কমপ্লিমেন্ট করতে হলে উক্ত বাইনারি সংখ্যার 1 কে 0 আর 0 কে 1-এ রূপান্তর করতে হবে।

উদাহরণ : $101101_{(2)}$ এর 1's কমপ্লিমেন্ট বের কর।

উক্ত বাইনারি সংখ্যার 1's কমপ্লিমেন্ট হবে 010010

1's কমপ্লিমেন্ট পদ্ধতির বিয়োগের নিয়ম :

- ১। বিয়োজ্য ও বিয়োজক সংখ্যার বিট সংখ্যা সমান করতে হবে।
 - ২। যে বাইনারি সংখ্যা বিয়োগ করতে হবে, এর 1's কমপ্লিমেন্ট করতে হবে।
 - ৩। যে বাইনারি সংখ্যা হতে বিয়োগ করতে হবে, এর সাথে 1's কমপ্লিমেন্ট সংখ্যাটি যোগ করতে হবে।
 - ৪। যোগ করার পরে শেষের হাতের সংখ্যা 0 বা 1 তা নির্ণয় করতে হবে।
 - ৫। যদি হাতে 1 থাকে, তবে ঐ 1 বাদ দিয়ে যোগফলের ডানে 1 যোগ করে দিতে হবে।
 - ৬। যদি হাতে 0 থাকে, তবে ঐ যোগফলের আবার 1's কমপ্লিমেন্ট বের করতে হবে এবং বামে (-) নেগেটিভ চিহ্ন দিতে হবে।
- উদাহরণ-২২। 1's কমপ্লিমেন্ট পদ্ধতিতে $110111_{(2)}$ থেকে $010011_{(2)}$ বিয়োগ কর।

সমাধান:

010011 এর 1's কমপ্লিমেন্ট = 101100

$$\begin{array}{r}
 110111 \\
 + 101100 \\
 \hline
 1) 100011 \quad [\text{যোগফলের ক্যারি 1}] \\
 \therefore 100011 \\
 + 1 \\
 \hline
 100100
 \end{array}$$

$\therefore$ বিয়োগফল অর্থাৎ $110111 - 010011 = 100100$

উদাহরণ-২৩। $0110_{(2)}$ হতে $1011_{(2)}$ কে 1's কমপ্লিমেন্ট পদ্ধতিতে বিয়োগ কর।

সমাধানঃ

1011 এর 1's কমপ্লিমেন্ট 0100

$$\therefore 0110$$

$$+ 0100$$

$$\underline{0} \quad 1010 \quad [\text{এখানে যোগফলের ক্যারি 0}]$$

$$\therefore 1010 \text{ এর 1's কমপ্লিমেন্ট} = 0101 = 101$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় বিয়োগফল} = -(101)_2$$

2's কমপ্লিমেন্ট বা পূরক (2's complement method) : কোনো সংখ্যার 2's কমপ্লিমেন্ট নির্ণয় করতে হলে এটাকে প্রথমে 1's কমপ্লিমেন্ট করতে হবে। এরপর উক্ত 1's কমপ্লিমেন্টের সাথে 1 যোগ করতে হবে।

$$\text{অর্থাৎ } 2's \text{ কমপ্লিমেন্ট} = 1's \text{ কমপ্লিমেন্ট} + 1$$

উদাহরণ-২৪। 01001110_2 এর 2's কমপ্লিমেন্ট নির্ণয় কর।

সমাধানঃ

$$01001110 \text{ এর 1's কমপ্লিমেন্ট} = 10110001$$

$$\therefore \text{এর 2's কমপ্লিমেন্ট} = 10110001$$

$$\begin{array}{r} + 1 \\ \hline 10110010 \end{array}$$

2's কমপ্লিমেন্ট পদ্ধতির বাইনারি বিয়োগ :

- ১। বিয়োজ্য ও বিয়োজক সংখ্যার বিট সংখ্যা সমান করতে হবে।
- ২। যে বাইনারি সংখ্যা বিয়োগ করতে হবে, এর 2's পূরক নির্ণয় করতে হবে।
- ৩। যে বাইনারি সংখ্যা হতে বিয়োগ করতে হবে, এর সাথে 2's কমপ্লিমেন্টকৃত উক্ত সংখ্যাকে যোগ করতে হবে।
- ৪। যোগফলের সর্বশেষ হাতের অঙ্কটি নির্ণয় করতে হবে এবং তাকে বাদ দিতে হবে।
- ৫। যদি হাতে 1 থাকে, তবে বিয়োগফল পজেটিভ হবে।
- ৬। যদি হাতে 0 থাকে তবে বিয়োগফল নেগেটিভ হবে। সেক্ষেত্রে যোগফলকে আবার 2's কমপ্লিমেন্ট করতে হবে।

উদাহরণ-২৫। 2's কমপ্লিমেন্ট নিয়মে $0111_{(2)}$ থেকে $0101_{(2)}$ বিয়োগ কর।

সমাধানঃ

$$\begin{array}{r} 0111 \\ 0101 \\ \hline 0101 \text{ এর 2's পূরক} = 1011 \\ \text{সুতরাং,} \quad 0111 \\ + 1011 \\ \hline \end{array}$$

$$[\text{হাতের 1 বাদ}] \quad \underline{1} \quad 0010$$

$$\therefore \text{বিয়োগফল} = (10)_2$$

২। 2's পূরক নিয়মে 0101 থেকে 0111 বিয়োগ কর।

$$\begin{array}{r} 0101 \\ 0111 \\ \hline \therefore 0111 \text{ এর 2's পূরক} = 1001 \\ \text{সুতরাং} \quad 0101 \\ + 1001 \\ \hline \end{array}$$

$$\underline{0} \quad 1110 \quad [\text{হাতের 0 বাদ}]$$

$$\text{সুতরাং } 1110 \text{ এর 2's পূরক} = 0010$$

$$\therefore \text{বিয়োগফল} = -(10)_2$$