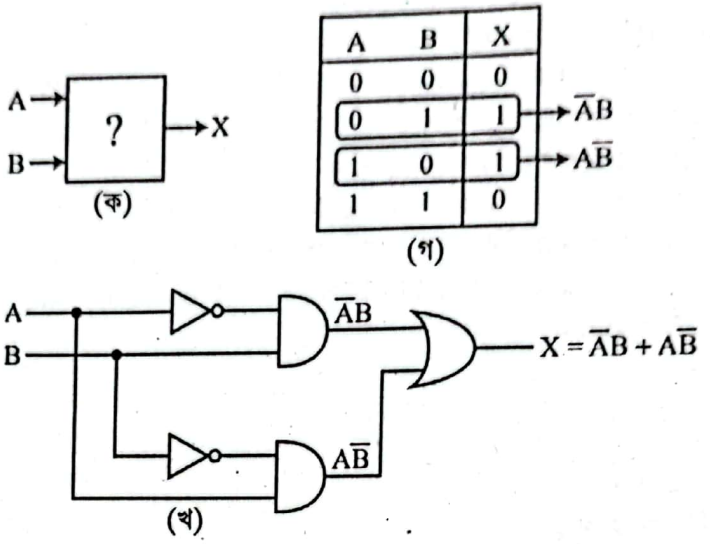
গুণের যোগ হতে কম্বিনেশনাল যুক্তি বর্তনী (Sum of products) ঃ

গুণের যোগ হতে যুক্তি বর্তনী নির্মাণ একটি জনপ্রিয় কৌশল। এই গঠন হতে সহজে AND-OR গঠনবিশিষ্ট যু বাস্তবায়ন করা যায়। দুই স্তরবিশিষ্ট এই বাস্তবায়নের প্রথম স্তরে থাকে AND গেইট এবং পরের স্তরে থাকে OR গে কয়েকটি উদাহরণ দেয়া হলো–

উদাহরণ-১। X-OR বর্তনী A ও B বর্তনীটির গ্রহণ সংকেত এবং X তার নির্গমন সংকেত। A ও B সমান হলে X ০ হয়, অন্যথায় X এর মান 1 হয়। বর্তনীটি নির্মাণ করতে হবে।

সমাধান এই উদাহরণে নির্মাণ পরিকল্পনার বিভিন্ন ধাপ পৃথকভাবে আলোচনা করা হয়েছে।



চিত্র ঃ ৯.২

১ম ধাপ – সত্যক সারণি ও উপরের বর্ণনা অনুযায়ী বর্তনীটির সত্যক সারণি ৯.২(খ) নং চিত্রে দেয়া হলো–

২য় ধাপ – যুক্তি সমীকরণ ঃ এই ধাপে বর্তনীর জন্য যুক্তি সমীকরণ নির্ণয় করা হয়। (গ) নং চিত্রের সারণি পর্যবেক্ষ দেখা যায় যে,

১। $A = 0$ এবং $B = 1$ হলে $X = 1$ হয়,

২। $A = 1$ এবং $B = 0$ হলে $X = 1$ হয়।

সুতরাং $\bar{A}B$ এবং $A\bar{B}$ এই রাশি দুটি দ্বারা $X = 1$ অবস্থা দুটিকে নির্দিষ্ট করা যায়। এই রাশি দুটিকে সত্যক সারণি দেখানো হয়েছে। পুনরায় এই দুটি রাশির যে কোন একটির জন্য $X = 1$ হয়। অর্থাৎ $\bar{A}B$ এবং $A\bar{B}$ রাশি দুটির OR ক্রিয়ার সমীকরণ নির্ণয় করা সম্ভব।

সুতরাং, $X = \bar{A}B + A\bar{B}$

৩য় ধাপ – সমীকরণ ঃ এই ধাপে সম্ভব হলে প্রাপ্ত সমীকরণটি সরলীকরণ করা হয়। তবে এই উদাহরণের সমীকরণটি আকারেই আছে এবং সরলীকরণ সম্ভব নয়।

৪র্থ ধাপ – যুক্তি চিত্র ঃ এই ধাপে সমীকরণ অনুযায়ী যুক্তি বর্তনীর চিত্র অঙ্কন করা হয়। এই চিত্রকে যুক্তি চিত্র ক ৯.২(খ) নং চিত্রে আলোচ্য যুক্তি চিত্র দেখানো হলো।

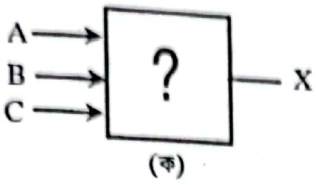
CamScanner

উদাহরণ-২। সংখ্যাগুরু ভোটার বর্তনী। A, B ও C বর্তনীটির Input সংকেত এবং X তার Output সংকেত। দুই বা দুয়ের অধিক Input সংকেতের মান 1 হলে X এর মান 1 হয়। বর্তনীটি নির্মাণ করতে হবে।

সমাধান: কার্যপ্রণালির বর্ণনা হতে বর্তনীটির সত্যক সারণি (খ) চিত্রে দেয়া হলো।

যুক্তি সমীকরণ ঃ সত্যক সারণি হতে X = 1 এর জন্য রাশিসমূহের OR ক্রিয়া দ্বারা নিম্নের সমীকরণটি পাওয়া যায়।

$X = \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC$

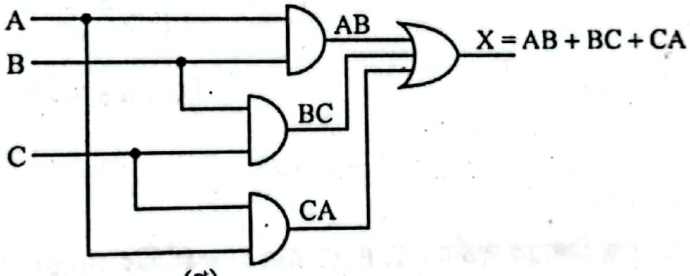


(ক)

A	B	C	X	
0	0	0	0	
0	0	1	0	
0	1	0	0	
0	1	1	1	$\bar{A}BC$
1	0	0	0	
1	0	1	1	$A\bar{B}C$
1	1	0	1	$AB\bar{C}$
1	1	1	1	ABC

(খ)

$\therefore Y = \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC$



(গ)

চিত্র ঃ ৯.৩

সরলীকরণ ঃ

$X = BC(\bar{A} + A) + A\bar{B}C + AB\bar{C}$

$= BC + A\bar{B}C + AB\bar{C}$

$= B(C + A\bar{C}) + A\bar{B}C$

$= B(C + A)(C + \bar{C}) + A\bar{B}C$

$= B(C + A) + A\bar{B}C$

$= AB + BC + A\bar{B}C$

$= AB + C(B + A\bar{B})$

$= AB + C(B + \bar{B})(B + A)$

$= AB + C(B + A)$

$= AB + BC + CA$

যুক্তি চিত্র ৯.৩ (গ) চিত্রে কম্বিনেশনাল বর্তনীটির যুক্তি চিত্র দেখানো হলো।

উদাহরণ-৩। সত্যক সারণি হতে বর্তনী। (ক) নং চিত্রে একটি যুক্তি বর্তনীর সত্যক সারণি দেয়া আছে। বর্তনীটি তৈরি করতে হবে।

A	B	C	X
0	0	0	1→ $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1→$\bar{A}BC$
1	0	0	1→$A\bar{B}\bar{C}$
1	0	1	1→$A\bar{B}C$
1	1	0	0
1	1	1	1→ABC

(ক)

সমাধান ঃ সারণি হতে,

$$X = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + ABC$$

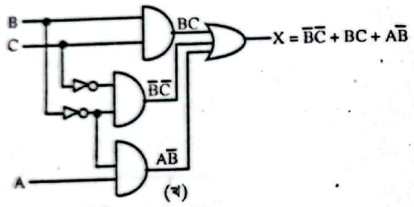
$$= \bar{B}\bar{C}(\bar{A} + A) + BC(\bar{A} + A) + A\bar{B}C$$

$$= \bar{B}\bar{C} + BC + A\bar{B}C$$

$$= BC + \bar{B}(\bar{C} + AC)$$

$$= BC + \bar{B}(A + \bar{C})(C + \bar{C})$$

$$= BC + \bar{B}\bar{C} + A\bar{B}$$



(খ)

চিত্র ঃ ৯.৪ সত্যক সারণি ও বর্তনী

চিত্রে বর্তনীটির যুক্তি চিত্র দেয়া হলো।

উদাহরণ-৪। অসিদ্ধ BCD কোড নির্ণায়ক বর্তনী। A, B, C এবং D বর্তনীটির Input সংকেত এবং X তার Output সংকেত (A সর্বোচ্চ গুরুত্বের বিট এবং D সর্বনিম্ন গুরুত্বের বিট)। BCD 8421 কোড ব্যতীত অন্য কোনো মানের জন্য X = 1 হবে। বর্তনীটি নির্মাণ করতে হবে।

সমাধান ঃ ৯.৫(খ) নং চিত্রে বর্তনীটির সত্যক সারণি এবং X = 1 এর জন্য গ্রহণমুখের রাশিসমূহ দেখানো হলো। সারণি হতে,

$$X = A\bar{B}C\bar{D} + A\bar{B}CD + AB\bar{C}\bar{D} + AB\bar{C}D + ABC\bar{D} + ABCD$$

সমীকরণটি সরলীকরণ সম্ভব।

$$X = A\bar{B}C(\bar{D} + D) + AB\bar{C}(\bar{D} + D) + ABC(\bar{D} + D)$$

$$= A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC$$

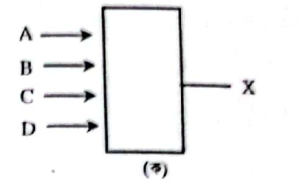
$$= A\bar{B}C + AB(\bar{C} + C)$$

$$= A\bar{B}C + AB = A(\bar{B}C + B)$$

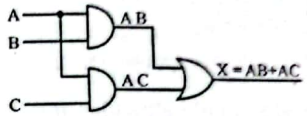
$$= A(B + \bar{B})(B + C)$$

$$= AB + AC$$

৯.৫ (গ) নং চিত্রে বর্তনীটি দেখানো হলো ঃ



(ক)



(গ)

A	B	C	D	X	
0	0	0	0	0	
0	0	0	1	0	$A\bar{B}C\bar{D}$
0	0	1	0	0	$A\bar{B}CD$
0	0	1	1	0	$AB\bar{C}\bar{D}$
0	1	0	0	0	$AB\bar{C}D$
0	1	0	1	0	$ABC\bar{D}$
0	1	1	0	0	$ABCD$
0	1	1	1	0	
1	0	0	0	0	
1	0	0	1	0	
1	0	1	0	1	
1	0	1	1	1	
1	1	0	0	1	
1	1	0	1	1	
1	1	1	0	1	
1	1	1	1	1	

(খ)

চিত্র ঃ ৯.৫ অসিদ্ধ BCD 8421 কোড শব্দ নির্ণায়ক বর্তনী

যোগের গুণ হতে যুক্তি বর্তনী (Product of sums) ঃ

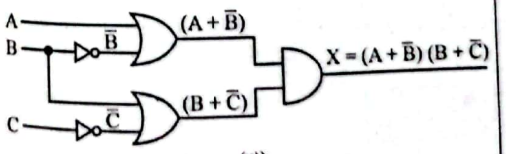
এই গঠন হতে সহজে NOR-AND গঠনবিশিষ্ট যুক্তি বর্তনী বাস্তবায়ন করা যায়। দুই স্তরবিশিষ্ট এই বাস্তবায়নের প্রথম স্তরে থাকে OR গেইট এবং পরের স্তরে থাকে AND গেইট। নিম্নে উদাহরণের সাহায্যে যোগের গুণ হতে যুক্তি বর্তনী নির্মাণের প্রক্রিয়া দেখানো হলো–

উদাহরণ-৫। যোগের গুণ হতে বর্তনী। ৯.৬ (ক) নং চিত্রে একটি বর্তনীর সত্যক সারণি দেয়া হলো। বর্তনীটি নির্মাণ করতে হবে।

সমাধান ঃ রাশিমালাকে যোগের -গুণ সংগঠনে প্রকাশের জন্য $\bar{X}$ এর মানের প্রয়োজন হয়। সেজন্য $\bar{X}$ এর মান সত্যক সারণিতে নির্ণয় করে দেখানো হয়েছে। বর্তনীটির নির্মাণ প্রক্রিয়া পরবর্তী পৃষ্ঠায় দেয়া হলো।

যুক্তি সমীকরণ ঃ

$$\bar{X} = \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C}$$



(খ)

A	B	C	X	$\bar{X}$	
0	0	0	1	0	
0	0	1	0	1	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$
0	1	0	0	1	$\bar{A}B\bar{C}$
0	1	1	0	1	$\bar{A}BC$
1	0	0	1	0	
1	0	1	0	1	$A\bar{B}C$
1	1	0	1	0	
1	1	1	1	0	

(ক)

চিত্র ঃ ৯.৬ যোগের গুণ হতে বর্তনী বাস্তবায়ন