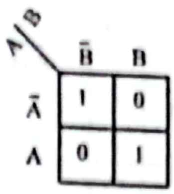
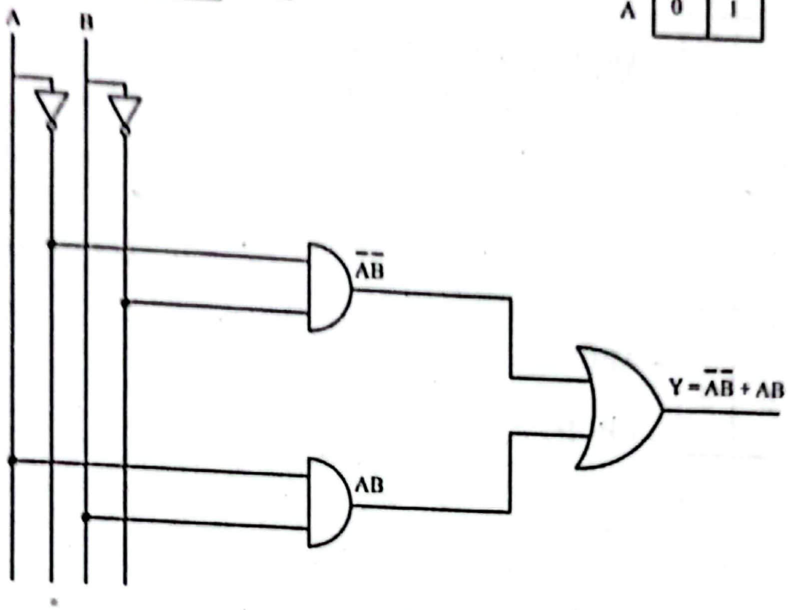
উদাহরণ-২৫। ট্রুথ টেবিল থেকে K-map তৈরি কর এবং সরল কর।

A	B	X	
0	0	1	$\rightarrow \bar{A}\bar{B}$
0	1	0	
1	0	0	
1	1	1	$\rightarrow AB$

$\{X = \bar{A}\bar{B} + AB\}$

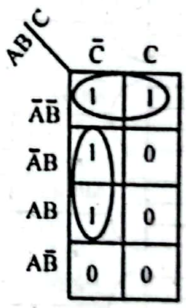




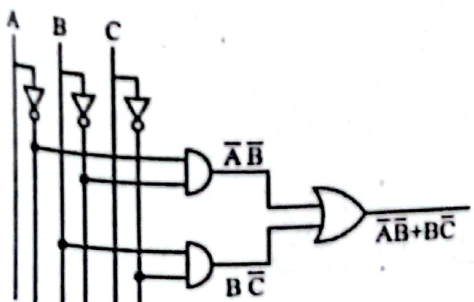
(a)

A	B	C	X	
0	0	0	1	$\rightarrow \bar{A}\bar{B}\bar{C}$
0	0	1	1	$\rightarrow \bar{A}\bar{B}C$
0	1	0	1	$\rightarrow \bar{A}B\bar{C}$
0	1	1	0	
1	0	0	0	
1	0	1	0	
1	1	0	1	$\rightarrow AB\bar{C}$
1	1	1	0	

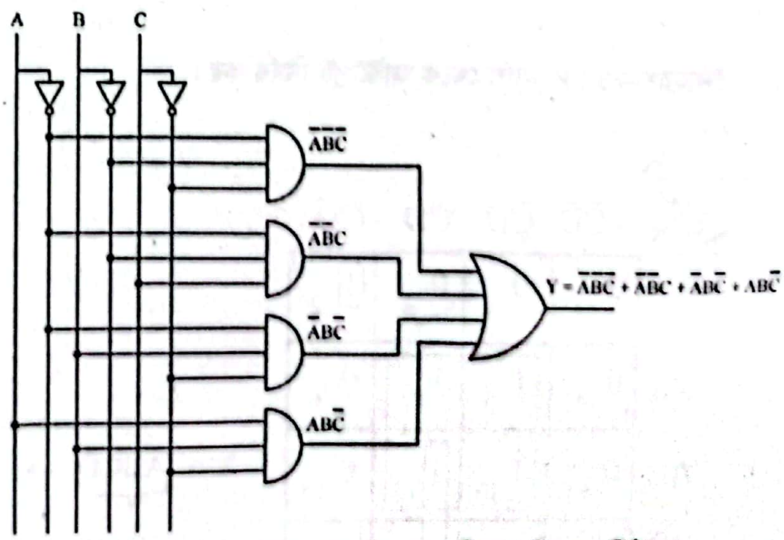
$\{X = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + AB\bar{C}$



$Y = \bar{A}\bar{B} + B\bar{C}$



(কারনু ম্যাপ ব্যবহার করে সরলীকৃত সার্কিট)



(কারনু ম্যাপ ব্যবহার না করে অঙ্কিত লজিক সার্কিট)

(b)

৮.৯ বুলিয়ান উপপাদ্যের সাহায্যে গাণিতিক সমস্যার সমাধান (Problems solves above theorem) ঃ

উদাহরণ-৩২ । বুলিয়ান গণিতের সাহায্যে দেখাও যে, $ABC + AB\bar{C} + A\bar{B}C = A(B + C)$ [বাকাশিবো-২০১১, ১১(পরি)]

সমাধান ঃ $L.H.S = ABC + AB\bar{C} + A\bar{B}C$

$$= ABC + AB\bar{C} + ABC + A\bar{B}C$$
$$= AB(C + \bar{C}) + AC(B + \bar{B})$$
$$= AB + AC$$
$$= A(B + C)$$

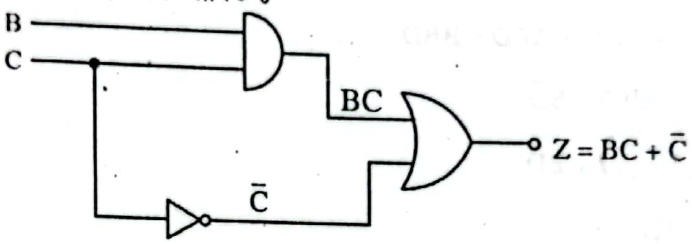
L.H.S = R.H.S (প্রমাণিত)

উদাহরণ-৩৩ । $Z = B\bar{C} + \bar{B}\bar{C} + BC$ equation-কে সরল করে Logic circuit আঁক। [বাকাশিবো-২০১২]

সমাধান ঃ $Z = B\bar{C} + \bar{B}\bar{C} + BC$

$$= \bar{C}(B + \bar{B}) + BC$$
$$= \bar{C} + BC = BC + \bar{C}$$

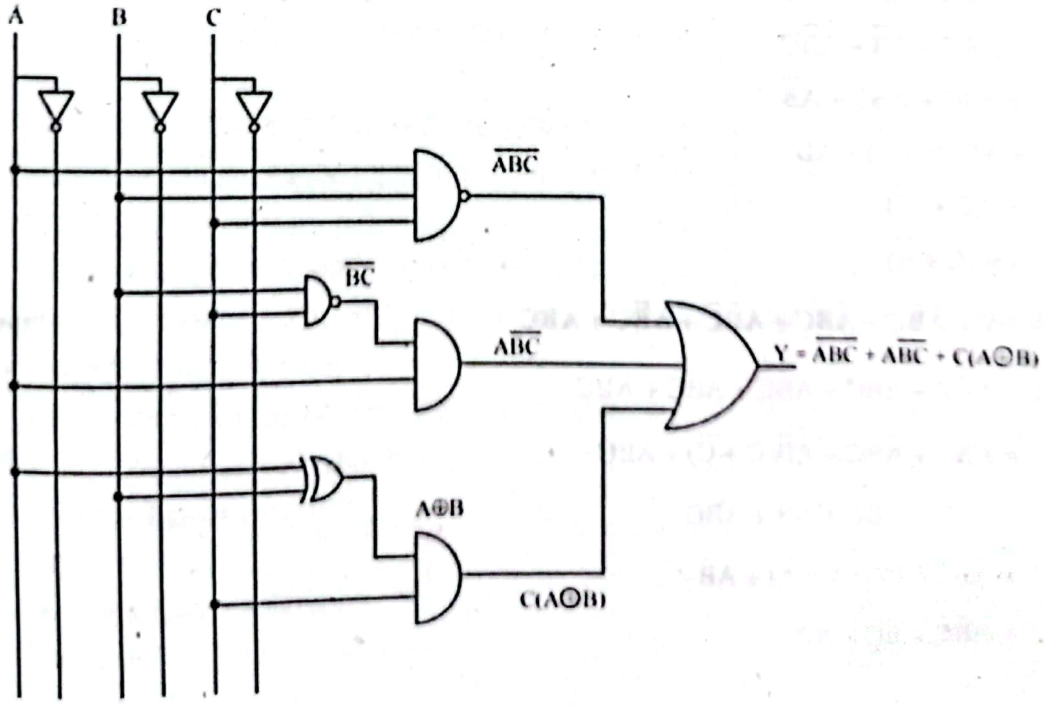
উপরের সমীকরণের জন্য প্রয়োজনীয় লজিক সার্কিট ঃ



উদাহরণ-৩৪ । $Y = \overline{ABC} + \overline{A}BC + A\overline{BC} + A\overline{B}C + A\overline{A}$ বুলিয়ান সমীকরণটি সরলীকরণ কর এবং সরল লজিক সার্কিটটি অঙ্কন কর। [বাকাশিবো-২০০৯, ১২, ১৩]

সমাধান ঃ $Y = \overline{ABC} + \overline{A}BC + A\overline{BC} + A\overline{B}C + A\overline{A}$

$$= \overline{ABC} + A\overline{BC} + \overline{A}BC + A\overline{B}C$$
$$= \overline{ABC} + A\overline{BC} + C(\overline{A}B + A\overline{B})$$
$$= \overline{ABC} + A\overline{BC} + C(A \oplus B)$$



উদাহরণ-৩৫ । Boolean algebra ব্যবহার করে $X = ABC + AB\overline{C} + A\overline{B}$ সমীকরণটি সরলীকরণ কর। [বাকাশিবো-২০

সমাধান :
$$X = ABC + AB\bar{C} + A\bar{B}$$
$$= AB(C + \bar{C}) + A\bar{B}$$
$$= AB + A\bar{B}$$
$$= A(B + \bar{B})$$
$$= A$$

উদাহরণ-৩৬ । Boolean algebra এর সাহায্যে $\left(\bar{A} + B\right)(A + B + D)\,\bar{D}$ কে সরল কর। [বাকাশিবো-২০১৩(পরি),

সমাধান : ধরি,
$$Y = \left(\bar{A} + B\right)(A + B + D)\,\bar{D}$$
$$= \left(\bar{A} + B\right)\left(A\bar{D} + B\bar{D} + D\bar{D}\right)$$
$$= \left(\bar{A} + B\right)\left(A\bar{D} + B\bar{D}\right)$$
$$= \bar{A}.\,A\bar{D} + AB\bar{D} + \bar{A}B\bar{D} + BB\bar{D}$$
$$= AB\bar{D} + \bar{A}B\bar{D} + B\bar{D}$$
$$= B\bar{D}\left(A + \bar{A}\right) + B\bar{D}$$
$$= B\bar{D} + B\bar{D}$$
$$= B\bar{D}$$

উদাহরণ-৩৭ । $Y = ABC + A\bar{B}\left(\overline{\bar{A}.\bar{C}}\right)$ সরলীকরণ কর। [বাকাশিবো-

সমাধান :
$$Y = ABC + A\bar{B}\left(\overline{\bar{A}.\bar{C}}\right)$$
$$Y = ABC + A\bar{B}\left(\bar{\bar{A}} + \bar{\bar{C}}\right)$$
$$= ABC + A\bar{B}(A + C)$$
$$= ABC + A\bar{B} + A\bar{B}C$$
$$= ABC + A\bar{B}C + A\bar{B}$$
$$= AC(B + \bar{B}) + A\bar{B}$$
$$= AC + A\bar{B}$$
$$= A(C + \bar{B})$$

উদাহরণ-৩৮ । $Y = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + ABC$ [বাকাশিবো-

সমাধান :
$$Y = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + ABC$$
$$= \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}(C + \bar{C}) + ABC$$
$$= \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B} + ABC$$
$$= \bar{A}\bar{B}\bar{C} + BC(A + \bar{A}) + A\bar{B}$$
$$= \bar{A}\bar{B}\bar{C} + BC + A\bar{B}$$

অধ্যায়-৯
কম্বিনেশনাল লজিক সার্কিট (Combinational Logic Circuits)

৯.১ উদাহরণসহকারে কম্বিনেশনাল লজিক সার্কিট (Combinational logic circuit with examples) :

যে সার্কিটের আউটপুট শুধুমাত্র ইনপুটের তাৎক্ষণিক মানের উপর নির্ভরশীল, তাকে কম্বিনেশনাল লজিক সার্কিট বলে। যুক্তি রাশিমালার দুই প্রকার সংগঠন নিয়ে আলোচনার পর উভয় প্রকার গঠনের ভিত্তিতে কম্বিনেশনাল যুক্তি বর্তনী নির্মাণের রীতিনীতি আলোচনা করা হয়েছে। শুধু NAND গেইট দিয়ে যুক্তি বর্তনী বাস্তবায়ন ডিজিটাল ইলেকট্রনিক্সের একটি গুরুত্বপূর্ণ বিষয়; এই বিষয়টি নিয়ে উদাহরণসহ আলোচনা করা হয়েছে। শুধু NOR গেইট দিয়েও যুক্তি বর্তনী বাস্তবায়নের প্রক্রিয়া আলোচনা করা হয়েছে।

কম খরচে ডিজিটাল বর্তনী নির্মাণের জন্য বুলিয়ান সমীকরণ সরলীকরণ একটি গুরুত্বপূর্ণ বিষয়। সরলীকরণের বিভিন্ন উপায়ের মধ্যে আলজেব্রিক সরলীকরণ ও কারনু ম্যাপ (Karnaugh Map) সরলীকরণ হলো দুটি বহুল প্রচলিত নিয়ম। এই অধ্যায়ে সরলীকরণের জন্য বুলিয়ান অ্যালজেবরা ব্যবহার করা হয়েছে।

● কম্বিনেশনাল লজিক বর্তনীতে প্রয়োজনীয় রাশিমালার গঠন :

রাশিমালার গঠনভেদে কম্বিনেশনাল বর্তনীর নির্মাণ পরিকল্পনায় তফাত হয়ে থাকে। তাই প্রথমে যুক্তি রাশিমালার গঠন নিয়ে আলোচনা করা দরকার। যুক্তি রাশিমালাকে নিম্নলিখিত দুই উপায়ে প্রকাশ করা যায়, যথা :

(ক) গুণের যোগ গঠন (Sum of products) ও (খ) যোগের গুণ গঠন (Product of sums)।

গুণের যোগ গঠনের কয়েকটি উদাহরণ :

১। $ABC + A\bar{B}\bar{C} + AC$

২। $AB + \bar{A}BCD + AD$

৩। $ABC + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\,\bar{B}C$

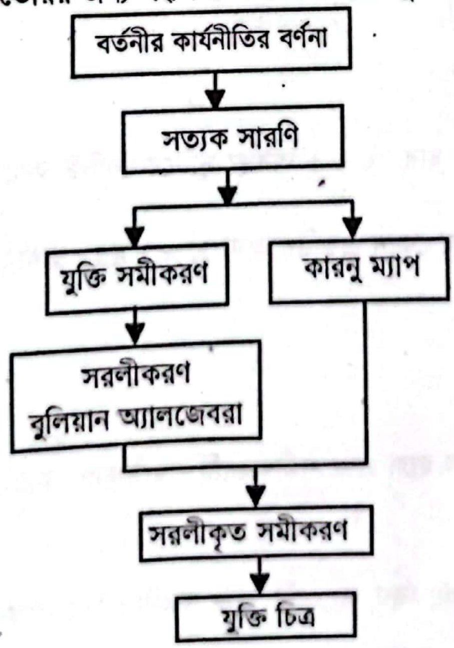
যোগের গুণ গঠনের কয়েকটি উদাহরণ :

১। $(A + \bar{B} + \bar{C})(\bar{A} + \bar{B}C)(B + C)$

২। $(A + B + D)(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})(\bar{C} + \bar{D})(B + D)$

কম্বিনেশনাল লজিক বর্তনীর অ্যানালাইসিস, ডিজাইন এবং অপটিমাইজেশন (The analysis, design and optimization of combinational logic circuit) :

যুক্তি বর্তনী নির্মাণের প্রক্রিয়া চিত্র দেখানো হলো। প্রথমে বর্তনীর কার্যপ্রণালির পরিষ্কার বর্ণনা হতে সত্যক সারণি তৈরি করা হয়। তারপর এই সারণি হতে প্রয়োজনীয় রাশি ব্যবহার করে যুক্তি সমীকরণ তৈরি করা হয়। সম্ভব হলে সরলীকরণের মাধ্যমে সংক্ষিপ্ত সমীকরণ নির্ণয় করা দরকার। বর্তনী তৈরির জন্য সংক্ষিপ্ত সমীকরণ হতে যুক্তি-চিত্র (Logic diagram) অঙ্কন করা হয়।



চিত্র : ৯.১ কম্বিনেশনাল বর্তনী বাস্তবায়নের ধাপ