

i এর বর্গমূল নির্ণয় কর।

$$\sqrt{i}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2} (2i)}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2} (1 + 2i - 1)}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2} \{(1)^2 + 2 \cdot 1 \cdot i + i^2\}}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2} (1 + i)^2}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(1 + i)^2}$$

$$= \pm \frac{1}{\sqrt{2}} (1 + i)$$

– i এর বর্গমূল নির্ণয় কর।

$$\sqrt{-i}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2} (-2i)}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2} (1 - 2i - 1)}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2} \{(1)^2 - 2 \cdot 1 \cdot i + i^2\}}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2} (1 - i)^2}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(1 - i)^2}$$

$$= \pm \frac{1}{\sqrt{2}} (1 - i)$$

$2i$ এর বর্গমূল নির্ণয় কর।

$$\begin{aligned} & \sqrt{2i} \\ &= \sqrt{1 + 2i - 1} \\ &= \sqrt{\{(1)^2 + 2i + i^2\}} \\ &= \sqrt{(1 + i)^2} \\ &= \pm (1 + i) \end{aligned}$$

$-2i$ এর বর্গমূল নির্ণয় কর।

$$\begin{aligned} & \sqrt{-2i} \\ &= \sqrt{1 - 2i - 1} \\ &= \sqrt{\{(1)^2 - 2i + i^2\}} \\ &= \sqrt{(1 - i)^2} \\ &= \pm (1 - i) \end{aligned}$$

Complex Numbers (জটিল সংখ্যা)

$$x^2 + 1 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 = -1$$

$$\Rightarrow x = \pm \sqrt{-1}$$

$$\Rightarrow x = \pm i \longrightarrow \text{Imaginary numbers}$$

i এর শক্তি (Power of i):

$$i = \sqrt{-1} = i$$

$$i^2 = (\sqrt{-1})^2 = -1$$

$$i^3 = i^2 i = (-1)i = -i$$

$$i^4 = i^2 i^2 = (-1)(-1) = 1$$

$$i^5 = i^4 i^1 = (1)(i) = i$$

$$i^6 = i^4 i^2 = (1)(-1) = -1$$

$$i^7 = i^4 i^3 = (1)(-i) = -i$$

$$i^8 = i^4 i^4 = (1)(1) = 1$$

4 দিয়ে ভাগ করলে

যদি ভাগশেষ 1 হয়, i

ভাগশেষ 2 হয়, -1

ভাগশেষ 3 হয়, $-i$

ভাগশেষ 0 হয়, 1

Complex Numbers:

$a+ib$ আকারের সংখ্যাকে জটিল সংখ্যা বলে। যেখানে $a, b \in R$ ও $i = \sqrt{-1}$

জটিল সংখ্যার বাস্তব সংখ্যা a

জটিল সংখ্যার অবাস্তব সংখ্যা ib

মান নির্ণয় কর:

$$i^{45} =$$

$$i^{51} =$$

$$i^{63} =$$

$$i^{21} =$$

$$i^{75} =$$

এককের ঘনমূল নির্ণয় কর:

$$\text{মনে করি, } \sqrt[3]{1} = x$$

$$\sqrt[3]{1} = x$$

$$\Rightarrow (\sqrt[3]{1})^3 = x^3$$

$$\Rightarrow 1 = x^3$$

$$\Rightarrow x^3 - 1 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$(x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow x = 1$$

$$x^2 + x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4}}{2}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{3(-1)}}{2}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$$= \frac{-1 \pm i \sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} (-1 \pm i \sqrt{3})$$

$$x = 1, \frac{1}{2} (-1 + i \sqrt{3}), \frac{1}{2} (-1 - i \sqrt{3})$$

এককের ঘনমূলের বৈশিষ্ট্য:

$$x = 1, \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}, \frac{-1-i\sqrt{3}}{2}$$

এককের ঘনমূলগুলোর জটিল মূলদ্বয়ের একটিকে ω দ্বারা সূচিত করলে অপরটি হবে ω^2

$$\begin{aligned} \left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2} \right)^2 &= \frac{1}{4} (1 - 2i\sqrt{3} - 3) \\ &= \frac{1}{4} (-1 + i\sqrt{3})^2 &= \frac{1}{4} (-2i\sqrt{3} - 2) \\ &= \frac{1}{4} \{ (-1)^2 + 2(-1)i\sqrt{3} + (i\sqrt{3})^2 \} &= \frac{2}{4} (-1 - i\sqrt{3}) \\ &= \frac{1}{4} (1 - 2i\sqrt{3} + 3i^2) &= \frac{1}{2} (-1 - i\sqrt{3}) \end{aligned}$$

এককের জটিল ঘনমূলের গুনফল একক

$$\omega = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}$$

$$\omega^2 = \frac{-1 - i\sqrt{3}}{2}$$

$$\omega^2\omega = \left(\frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{-1 - i\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\omega^3 = \frac{(-1)^2 - (i\sqrt{3})^2}{4}$$

$$= \frac{1 - 3i^2}{4}$$

$$= \frac{1+3}{4} = 1$$

এককের ঘনমূলগুলোর যোগফলশূন্য

$$\begin{aligned} & 1 + \omega + \omega^2 \\ &= 1 + \frac{1}{2} (-1 + i \sqrt{3}) + \frac{1}{2} (-1 - i \sqrt{3}) \\ &= 1 + \frac{-1 + i \sqrt{3}}{2} + \frac{-1 - i \sqrt{3}}{2} \\ &= \frac{2 - 1 + i \sqrt{3} - 1 - i \sqrt{3}}{2} \\ &= \frac{0}{2} \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\mathbf{1 + \omega + \omega^2 = 0}$$

$$\mathbf{\omega^3 = 1}$$

$$6. \quad (1 + \omega)^3 - (1 + \omega^2)^3 = 0$$

$$\text{L.H.S. } (1 + \omega)^3 - (1 + \omega^2)^3$$

$$= (-\omega^2)^3 - (-\omega)^3$$

$$= -\omega^6 - (-\omega^3)$$

$$= -(\omega^3)^2 + \omega^3$$

$$= -1^2 + 1$$

$$= -1 + 1$$

$$= 0$$

Page # 125

7. L.H.S.

$$= (1 + \omega + 2\omega^2)^6$$

$$= (1 + \omega + \omega^2 + \omega^2)^6$$

$$= (0 + \omega^2)^6$$

$$= \omega^{12}$$

$$= (\omega^3)^4$$

$$= 1$$

8. L.H.S.

$$= \omega^8 - \omega^{-4}$$

$$= \omega^8 - \frac{1}{\omega^4}$$

$$= \omega^6 \omega^2 - \frac{1}{\omega^3 \omega}$$

$$= (\omega^3)^2 \omega^2 - \frac{1}{\omega^3 \omega}$$

$$= 1. \omega^2 - \frac{1}{1. \omega}$$

$$= \omega^2 - \frac{1}{\omega}$$

$$= \frac{\omega^3 - 1}{\omega}$$

$$= \frac{1-1}{\omega} = \frac{0}{\omega} = 0$$

অতি সংক্ষিপ্ত

১। এককের কাল্পনিক ঘনমূলগুলো লেখ।

১। এককের কাল্পনিক ঘনমূল দুটি লেখ।

২। $i^{15} + i^9$ এর মান কত ?

৩। ω এককের একটি কাল্পনিক ঘনমূল হলে ω^{3n+4} এর মান কত ?

৪। $i^{51} + i^5$ এর মান কত ?

৫। 5 ও $-6i$ এর মান কত ?

৫। 3 ও $-4i$ এর মান কত ?

৭। এককের কাল্পনিক ঘনমূল ω হলে প্রমাণ কর যে, $(1 + \omega)^3 - (1 + \omega^2)^3 = 0$

৮। $\omega = \frac{1}{2} (-1 + \sqrt{3} i)$ হলে $\frac{1}{\omega}$ এর মান কত ?

৮। যদি $x = \frac{1}{2} (-1 + \sqrt{-3})$ ও $y = \frac{1}{2} (-1 - \sqrt{-3})$ হয় তবে $x^3 + y^3 = ?$