8) । যদি $x = \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{-3})$ ও $y = \frac{1}{2}(-1 - \sqrt{-3})$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে,

i) $x^3 + y^{-3} = 2$

ii) $x^4 + x^2y^2 + y^4 = 0$

$x = \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{-3})$

$= \omega$

$y = \frac{1}{2}(-1 - \sqrt{-3})$

$= \omega^2$

i) L. H. S.

$= x^3 + y^{-3}$

$= x^3 + \frac{1}{y^3}$

$= \omega^3 + \frac{1}{(\omega^2)^3}$

$= \omega^3 + \frac{1}{\omega^6}$

$$= \omega^3 + \frac{1}{(\omega^3)^2}$$

$$= 1 + \frac{1}{1}$$

$$= 2 = R.H.S.$$

ii) $L.H.S.$

$$= x^4 + x^2y^2 + y^4$$

$$= \omega^4 + \omega^2(\omega^2)^2 + (\omega^2)^4$$

$$= \omega^3\omega + \omega^6 + \omega^8$$

$$= \omega + (\omega^3)^2 + \omega^6\omega^2$$

$$= \omega + 1 + (\omega^3)^2\omega^2$$

$$= \omega + 1 + \omega^2$$

$$= 0 = R.H.S.$$

9) এককের একটি কাল্পনিক ঘনমূল ω হলে, প্রমাণ কর যে,

i) $(1-\omega^2)(1-\omega^4)\,(1-\omega^8)\,(1-\omega^{10}) = 9$

ii) $(1-\omega+\omega^2)(1-\omega^2+\omega^4)\,(1-\omega^4+\omega^8)\,(1-\omega^8+\omega^{16}) = 16$

i) L. H. S.

$= (1-\omega^2)(1-\omega^4)\,(1-\omega^8)\,(1-\omega^{10})$

$= (1-\omega^2)(1-\omega^3\omega)\,(1-\omega^6\omega^2)\,(1-\omega^9\omega)$

$= (1-\omega^2)(1-\omega)\,\{1-(\omega^3)^2\omega^2\}\,\{1-(\omega^3)^3\omega\}$

$= (1-\omega^2)(1-\omega)(1-\omega^2)(1-\omega)$

$= (1-\omega^2)^2(1-\omega)^2$

$= (1-2\omega^2+\omega^4)\,(1-2\omega+\omega^2)$

$= (1-2\omega^2+\omega)\,(1-2\omega+\omega^2)$

$= (1+\omega^2-3\omega^2+\omega)\,(1+\omega-3\omega+\omega^2)$

$= (1+\omega^2-3\omega^2+\omega)\,(1+\omega-3\omega+\omega^2)$

$= (0-3\omega^2)\,(0-3\omega)$

$= 9\omega^3 = 9$