9) এককের একটি কাল্পনিক ঘনমূল ω হলে, প্রমাণ কর যে,

ii) $(1-\omega+\omega^2)(1-\omega^2+\omega^4)(1-\omega^4+\omega^8)(1-\omega^8+\omega^{16})=16$

v) L. H. S. $(1-\omega+\omega^2)(1-\omega^2+\omega^4)(1-\omega^4+\omega^8)(1-\omega^8+\omega^{16})$

$=(1-\omega+\omega^2)(1-\omega^2+\omega^3.\omega)(1-\omega^3.\omega+\omega^6.\omega^2)(1-\omega^6.\omega^2+\omega^{15}.\omega)$

$=(1-\omega+\omega^2)(1-\omega^2+\omega)\{1-\omega+(\omega^3)^2.\omega^2\}\{(1-(\omega^3)^2.\omega^2+(\omega^3)^5.\omega)\}$

$=(1-\omega+\omega^2)(1-\omega^2+\omega)(1-\omega+\omega^2)(1-\omega^2+\omega)$

$=(1-\omega+\omega^2)^2(1-\omega^2+\omega)^2$

$=(1+\omega-2\omega+\omega^2)^2(1+\omega^2-2\omega^2+\omega)^2$

$=(0-2\omega)^2(0-2\omega^2)^2$

$=(0-2\omega)^2(0-2\omega^2)^2$

$=(4\omega^2)(4\omega^4)$

$=(4\omega^2)(4\omega)$

$=16\omega^3=16$

xvi) $(1-\omega)(1-\omega^2)(1-\omega^4)\ (1-\omega^5)=9$

$$\text{L.H.S.} = (1-\omega)(1-\omega^2)(1-\omega^4)\ (1-\omega^5)$$

$$= (1-\omega)(1-\omega^2)(1-\omega^3\omega)\ (1-\omega^5)$$

$$= (1-\omega)(1-\omega^2)(1-\omega^3\omega)(1-\omega^3\omega^2)$$

$$= (1-\omega)(1-\omega^2)\ (1-\omega)\ (1-\omega^2)$$

$$= (1-\omega^2)^2\ (1-\omega)^2$$

$$= (1-2\omega^2+\omega^4)(1-2\omega+\omega^2)$$

$$= (1-2\omega^2+\omega)(1-2\omega+\omega^2)$$

$$= (1-3\omega^2+\omega^2+\omega)(1-3\omega+\omega+\omega^2)$$

$$= (0-3\omega^2)\ (0-3\omega)$$

$$= 9\omega^3 = 9$$

xvii) $(a+b)^2 + (a\omega + b\omega^2)^2 + (a\omega^2 + b\omega)^2 = 6\text{ab}$

L. H. S. $= (a+b)^2 + (a\omega + b\omega^2)^2 + (a\omega^2 + b\omega)^2$

$= a^2 + 2ab + b^2 + a^2\omega^2 + 2a\omega.b\omega^2 + b^2\omega^4 + a^2\omega^4 + 2a\omega^2.b\omega + b^2\omega^4$

$= a^2 + 2ab + b^2 + a^2\omega^2 + 2ab\omega^3 + b^2\omega^3\omega + a^2\omega^3\omega + 2ab\omega^3 + b^2\omega^3\omega$

$= a^2 + 2ab + b^2 + a^2\omega^2 + 2ab + b^2\omega + a^2\omega + 2ab + b^2\omega$

$= a^2(1 + \omega^2 + \omega) + 6ab + b^2(1 + \omega^2 + \omega)$

$= 6\text{ab}$

11) যদি $\sqrt[3]{x+iy} = a + ib$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, 4 $(a^2 - b^2) = \frac{x}{a} + \frac{y}{b}$

$\sqrt[3]{x+iy} = a + ib$

$\Rightarrow \left(\sqrt[3]{x+iy}\right)^3 = (a + ib)^3$

$\Rightarrow x + iy = a^3 + 3a(ib)^2 + 3iba^2 + (ib)^3$

$\Rightarrow x + iy = a^3 + 3ai^2b^2 + 3iba^2 + i^3b^3$

$\Rightarrow x + iy = a^3 - 3ab^2 + 3iba^2 - ib^3$

$\Rightarrow x + iy = a^3 - 3ab^2 - ib^3 + 3iba^2$

উভয় পক্ষ হতে বাস্তব ও কাল্পনিক অংশ সমীকৃত করে পাই,

$x = a^3 - 3ab^2$ $\quad\quad$ $y = 3ba^2 - b^3$

R.H.S. $= \dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b}$

$$= \frac{a^3 - 3ab^2}{a} + \frac{3ba^2 - b^3}{b}$$

$$= a^2 - 3b^2 + 3a^2 - b^2$$

$$= 4a^2 - 4b^2$$

$$= 4(a^2 - b^2) \; Proved$$