11) যদি $\sqrt[3]{x+iy} = a+ib$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $4\,(a^2 - b^2) = \dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b}$

$\sqrt[3]{x+iy} = a+ib$

$\Rightarrow \left(\sqrt[3]{x+iy}\right)^3 = (a+ib\,)^3$

$\Rightarrow x+iy = a^3 + 3a(ib)^2 + 3iba^2 + (ib)^3$

$\Rightarrow x+iy = a^3 + 3ai^2b^2 + 3iba^2 + i^3b^3$

$\Rightarrow x+iy = a^3 - 3ab^2 + 3iba^2 - ib^3$

$\Rightarrow x+iy = a^3 - 3ab^2 - ib^3 + 3iba^2$

উভয় পক্ষ হতে বাস্তব ও কাল্পনিক অংশ সমীকৃত করে পাই,

$x = a^3 - 3ab^2$ $\qquad\qquad$ $y = 3ba^2 - b^3$

R.H.S. $= \dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b}$

$= \dfrac{a^3 - 3ab^2}{a} + \dfrac{3ba^2 - b^3}{b}$

$= a^2 - 3b^2 + 3a^2 - b^2$

$= 4a^2 - 4b^2$

$= 4(a^2 - b^2)$ *Proved*

14) x = p + q, y = p + ωq, $z = p + q\omega^2$ হলে প্রমাণ কর যে, $x^3 + y^3 + z^3 = 3(p^3 + q^3)$

L. H. S. $= x^3 + y^3 + z^3$

$= (p+q)^3 + (p+\omega q)^3 + (p + q\omega^2)^3$

$= p^3 + 3p^2q + 3pq^2 + q^3 + p^3 + 3p^2.q\omega + 3p.q^2\omega^2 + q^3\omega^3 + p^3 + 3p^2q\omega^2 + 3pq^2\omega^4 + q^3\omega^6$

$= p^3 + 3p^2q + 3pq^2 + q^3 + p^3 + 3p^2.q\omega + 3p.q^2\omega^2 + q^3 + p^3 + 3p^2q\omega^2 + 3pq^2\omega + q^3$

$= 3\,p^3 + 3q^3 + 3p^2q + 3pq^2 + 3p^2.q\omega + 3pq^2\omega^2 + 3p^2q\omega^2 + +3pq^2\omega$

$= 3\,p^3 + 3q^3 + 3p^2q(1 + \omega^2 + \omega) + 3pq^2(1 + \omega^2 + \omega)$

$= 3\,p^3 + 3q^3$